

Leçons d'algèbre

- 101 - Groupe opérant sur un ensemble. Exemples et applications.
Théorème de Brauer, Loi de réciprocité quadratique, A_n simple pour $n \geq 5$, $SO_3(\mathbb{R})$ et les quaternions
-
- 102 - Groupe des nombres complexes de module 1, Sous-groupes des racines de l'unité. Applications.
Etude des polynômes cyclotomiques, Théorème de structure des groupes abéliens finis.
-
- 103 - Exemples de sous-groupes distingués et de groupes quotients. Applications.
Sous-groupes distingués et caractères d'un groupe, A_n est simple pour $n \geq 5$.
-
- 104 - Groupes finis. Exemples et applications.
Sous-groupes distingués et caractères d'un groupe, A_n est simple pour $n \geq 5$.
-
- 105 - Groupe des permutations d'un ensemble fini. Applications.
Théorème de Brauer, A_n est simple pour $n \geq 5$.
-
- 106 - Groupe linéaire d'un espace vectoriel de dimension finie E , sous-groupes de $GL(E)$. Applications.
Théorème de Brauer, Théorème de Cartan Von-Neumann, $\text{Exp} : M_n(\mathbb{C}) \rightarrow GL_n(\mathbb{C})$ surjective.
-
- 107 - Représentations et caractères d'un groupe fini sur un \mathbb{C} -espace vectoriel. Exemples.
Sous-groupes distingués et caractères d'un groupe, Théorème de structure des groupes abéliens finis.
-
- 108 - Exemples de parties génératrices d'un groupe. Applications.
 A_n est simple pour $n \geq 5$, Action du groupe modulaire sur le demi-plan de Poincaré, $SO_3(\mathbb{R})$ et les quaternions.
-
- 110 - Caractères d'un groupe abélien fini et transformée de Fourier discrète. Applications.
Impasse.
-
- 120 - Anneaux $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$. Applications.
Étude des polynômes cyclotomiques, Théorème de Chevalley-Waring.
-
- 121 - Nombres premiers. Applications.
Théorème des deux carrés de Fermat, Étude des polynômes cyclotomiques, Loi de réciprocité quadratique.
-
- 122 - Anneaux principaux. Applications.
Théorème des deux carrés de Fermat, Endomorphismes semi-simples, Étude des polynômes cyclotomiques.
-
- 123 - Corps finis. Applications.
Polynômes irréductibles de $\mathbb{F}_q[X]$, Théorème de Chevalley-Waring, Loi de réciprocité quadratique, Théorème de Wedderburn.
-

-
- 125 - Extensions de corps. Exemples et applications.
Polynômes irréductibles de $\mathbb{F}_q[X]$, Dimension du commutant.
-
- 126 - Exemples d'équations diophantiennes.
Théorème des deux carrés de Fermat, Loi de réciprocité quadratique.
-
- 141 - Polynômes irréductibles à une indéterminée. Corps de rupture. Exemples et applications.
Polynômes irréductibles de $\mathbb{F}_q[X]$, Étude des polynômes cyclotomiques.
-
- 142 - Algèbre des polynômes à plusieurs indéterminées. Applications.
Théorème de Chevalley-Waring, Étude des polynômes alternés.
-
- 144 - Racines d'un polynôme. Fonctions symétriques élémentaires. Exemples et applications.
Théorème de Chevalley-Waring, Étude des polynômes cyclotomiques, Nombre de racines réelles d'un polynôme.
-
- 150 - Exemples d'actions de groupes sur les espaces de matrices.
Topologie des classes de similitude, Loi de réciprocité quadratique, Théorème de Brauer.
-
- 151 - Dimension d'un espace vectoriel (on se limitera au cas de la dimension finie). Rang. Exemples et applications.
Théorème de Brauer, Dimension du commutant.
-
- 152 - Déterminant. Exemples et applications.
Corollaire du théorème de Pascal sur les coniques, Nombre de racines réelles d'un polynôme.
-
- 153 - Polynômes d'endomorphisme en dimension finie. Réduction d'un endomorphisme en dimension finie. Applications.
Dimension du commutant, Topologie des classes de similitude, Endomorphismes semi-simples, Décomposition de Jordan-Chevalley.
-
- 154 - Sous-espaces stables par un endomorphisme ou une famille d'endomorphismes d'un espace vectoriel de dimension finie. Applications.
 $SO_3(\mathbb{R})$ et les quaternions, Endomorphismes semi-simples, Décomposition de Jordan-Chevalley.
-
- 155 - Endomorphismes diagonalisables en dimension finie.
Exp : $S_n(\mathbb{R}) \rightarrow S_n^{++}(\mathbb{R})$ homéomorphisme, Topologie des classes de similitude, Décomposition de Jordan-Chevalley.
-
- 156 - Exponentielle de matrices. Applications.
Théorème de Cartan Von-Neumann, Exp : $M_n(\mathbb{C}) \rightarrow GL_n(\mathbb{C})$ surjective, Exp : $S_n(\mathbb{R}) \rightarrow S_n^{++}(\mathbb{R})$ homéomorphisme.
-
- 157 - Endomorphismes trigonalisables. Endomorphismes nilpotents.
Topologie des classes de similitude, Décomposition de Jordan-Chevalley.
-
- 158 - Matrices symétriques réelles, matrices hermitiennes.
Lemme de Morse, Exp : $S_n(\mathbb{R}) \rightarrow S_n^{++}(\mathbb{R})$ homéomorphisme, Enveloppe convexe de $O_n(\mathbb{R})$.
-

-
- 159 - Formes linéaires et dualité en dimension finie. Exemples et applications.
 Enveloppe convexe de $O_n(\mathbb{R})$, Nombre de racines réelles d'un polynôme.
-
- 160 - Endomorphismes remarquables d'un espace vectoriel euclidien (de dimension finie).
 Enveloppe convexe de $O_n(\mathbb{R})$, $SO_3(\mathbb{R})$ et les quaternions. Exp : $S_n(\mathbb{R}) \rightarrow S_n^{++}(\mathbb{R})$.
-
- 161 - Isométries d'un espace affine euclidien de dimension finie. Applications en dimensions 2 et 3.
 Enveloppe convexe de $O_n(\mathbb{R})$, $SO_3(\mathbb{R})$ et les quaternions.
-
- 162 - Systèmes d'équations linéaires ; opérations élémentaires, aspects algorithmiques et conséquences théoriques.
 Impasse.
-
- 170 - Formes quadratiques sur un espace vectoriel de dimension finie. Orthogonalité, isotropie. Applications.
 Loi de réciprocité quadratique, Lemme de Morse.
-
- 171 - Formes quadratiques réelles. Coniques. Exemples et applications.
 Nombre de racines réelles d'un polynôme, Lemme de Morse, Corollaire du théorème de Pascal sur les coniques.
-
- 181 - Barycentres dans un espace affine réel de dimension finie, convexité. Applications.
 Enveloppe convexe de $O_n(\mathbb{R})$, Corollaire du théorème de Pascal sur les coniques.
-
- 182 - Applications des nombres complexes à la géométrie.
 Action du groupe modulaire sur le demi-plan de Poincaré, $SO_3(\mathbb{R})$ et les quaternions.
-
- 183 - Utilisation des groupes en géométrie.
 Action du groupe modulaire sur le demi-plan de Poincaré, $SO_3(\mathbb{R})$ et les quaternions.
-
- 190 - Méthodes combinatoires, problèmes de dénombrement.
 Polynômes irréductibles de $\mathbb{F}_q[X]$, Théorème de Brauer, Loi de réciprocité quadratique.
-

Recasages faibles :

- Etude des polynômes cyclotomiques, Théorème de Chevalley-Waring - 120.
 Dimension du commutant - 125.
 Nombre de racines réelles d'un polynôme - 152.

Leçons d'analyse

201 - Espaces de fonctions ; exemples et applications.

Théorème de Grothendieck, Densité des fonctions C^0 et nulle part dérivables, Espace de Bergman.

202 - Exemples de parties denses et applications.

Théorème de Féjer, Densité des fonctions C^0 et nulle part dérivables

203 - Utilisation de la notion de compacité.

Théorème de Weierstrass, Exp : $S_n(\mathbb{R}) \rightarrow S_n^{++}(\mathbb{R})$ homéomorphisme.

204 - Connexité. Exemples et applications.

Exp : $M_n(\mathbb{C}) \rightarrow GL_n(\mathbb{C})$ surjective, $SO_3(\mathbb{R})$ est simple.

205 - Espaces complets. Exemples et applications.

Théorème de Grothendieck, Densité des fonctions C^0 et nulle part dérivables, Espace de Bergman.

207 - Prolongement de fonctions. Exemples et applications.

Théorème de Fourier-Plancherel, Théorème des lacunes de Hadamard.

208 - Espaces vectoriels normés, applications linéaires continues. Exemples.

Théorème de Grothendieck, Espace de Bergman.

209 - Approximation d'une fonction par des polynômes et des polynômes trigonométriques. Exemples et applications.

Théorème de Weierstrass, Théorème de Féjer.

213 - Espaces de Hilbert. Bases hilbertiennes. Exemples et applications.

Théorème de Grothendieck, Espace de Bergman.

214 - Théorème d'inversion locale, théorème des fonctions implicites. Exemples et applications en analyse et en géométrie.

Lemme de Morse, Théorème de Cartan Von-Neumann, Exp : $M_n(\mathbb{C}) \rightarrow GL_n(\mathbb{C})$ surjective.

215 - Applications différentiables définies sur un ouvert de \mathbb{R}^n . Exemples et applications.

Lemme de Morse, Théorème de Cartan Von-Neumann.

218 - Applications des formules de Taylor.

Lemme de Morse, Méthode de Newton polynômiale.

219 - Extremums : existence, caractérisation, recherche. Exemples et applications.

Optimisation dans un Hilbert, Méthode de Newton polynômiale.

220 - Équations différentielles $X' = f(t, X)$. Exemples d'étude des solutions en dimension 1 et 2.

Solutions DSE_0 de l'équation de Bessel, Équation de Hill-Mathieu.

221 - Équations différentielles linéaires. Systèmes d'équations différentielles linéaires. Exemples et applications.

Solutions DSE_0 de l'équation de Bessel, Équation de Hill-Mathieu.

222 - Exemples d'équations aux dérivées partielles linéaires.

Impasse.

-
- 223 - Suites numériques. Convergence, valeurs d'adhérence. Exemples et applications.
Ordre moyen de σ et ϕ , Méthode de Newton polynômiale.
-
- 224 - Exemples de développements asymptotiques de suites et de fonctions.
Ordre moyen de σ et ϕ , Méthode de Newton polynômiale.
-
- 226 - Suites vectorielles et réelles définies par une relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$. Exemples. Applications à la résolution approchée d'équations.
Processus de Galton-Watson, Méthode de Newton polynômiale.
-
- 228 - Continuité et dérivabilité des fonctions réelles d'une variable réelle. Exemples et applications.
Densité des fonctions C^0 et nulle part dérivables, Théorème de Weierstrass.
-
- 229 - Fonctions monotones. Fonctions convexes. Exemples et applications.
Processus de Galton-Watson, Optimisation dans un Hilbert.
-
- 230 - Séries de nombres réels ou complexes. Comportement des restes ou des sommes partielles des séries numériques. Exemples.
Ordre moyen de σ et ϕ , Théorème des lacunes de Hadamard
-
- 233 - Méthodes itératives en analyse numérique matricielle.
Impasse.
-
- 234 - Espaces L^p , $1 \leq p \leq +\infty$.
Théorème de Fourier-Plancherel, Théorème de Grothendieck, Espace de Bergman
-
- 235 - Problèmes d'interversion de limites et d'intégrales.
Formule des compléments, Équation de la chaleur sur le cercle.
-
- 236 - Illustrer par des exemples quelques méthodes de calcul d'intégrales de fonctions d'une ou plusieurs variables.
Formule des compléments, Méthode de Monte-Carlo.
-
- 239 - Fonctions définies par une intégrale dépendant d'un paramètre. Exemples et applications.
Formule des compléments, Équation de la chaleur sur le cercle.
-
- 241 - Suites et séries de fonctions. Exemples et contre-exemples.
Théorème de Féjer, Équation de la chaleur sur le cercle.
-
- 243 - Convergence des séries entières, propriétés de la somme. Exemples et applications.
Espace de Bergman, Théorème des lacunes de Hadamard.
-
- 245 - Fonctions holomorphes sur un ouvert de \mathbb{C} . Exemples et applications.
Espace de Bergman, Théorème des lacunes de Hadamard.
-
- 246 - Séries de Fourier. Exemples et applications.
Théorème de Féjer, Équation de la chaleur sur le cercle.
-
- 250 - Transformation de Fourier. Applications.
Théorème de Fourier-Plancherel, Théorème de Lévy+TCL.
-

253 - Utilisation de la notion de convexité en analyse.

Processus de Galton-Watson, Optimisation dans un Hilbert.

260 - Espérance, variance et moments d'une variable aléatoire.

Processus de Galton-Watson, Fonction caractéristique et moments d'une v.a., Théorème de Weierstrass.

261 - Fonction caractéristique d'une variable aléatoire. Exemples et applications.

Théorème de Lévy+TCL, Fonction caractéristique et moments d'une v.a.

262 - Modes de convergence d'une suite de variables aléatoires. Exemples et applications.

Théorème de Lévy+TCL, Méthode de Monte-Carlo.

263 - Variables aléatoires à densité. Exemples et applications.

Théorème de Lévy+TCL, Méthode de Monte-Carlo.

264 - Variables aléatoires discrètes. Exemples et applications.

Théorème de Weierstrass, Processus de Galton-Watson.

Recasages faibles :

Processus de Galton-Watson - 229,253.